

10 класс. Шәһәр туры.

1. $f(x) = ax^2 + bx + c$ квадрат өчбуыны өчен $f(-1) \cdot f(1) < 0$. шарты үтәлә.

Бу квадрат өчбуынның ике төрле реаль тамыры бар икәнен исбатлагыз.

Чишү. *Решение.* Так как $f(-1) = a - b + c$, а $f(1) = a + b + c$, то по условию будем иметь $(a - b + c)(a + b + c) < 0$.

2. Тигезләмәне чишегез $x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$.

Чишү. Разложим на множители многочлен, стоящий в левой части уравнения:

$$x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = (x^3 + 4x^2 + 2x) - (x^2 + 4x + 2) = (x - 1)(x^2 + 4x + 2).$$

Исходное уравнение равносильно совокупности уравнений

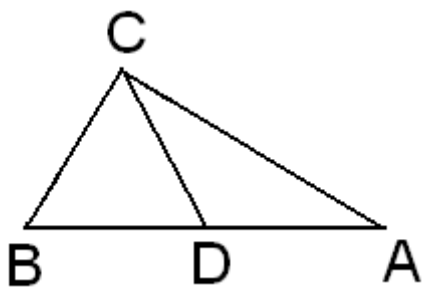
$$\begin{cases} x - 1 = 0, \\ x^2 + 4x + 2 = 0, \end{cases}$$

решения которой $x_1 = 1$, $x_2 = -2 - \sqrt{2}$, $x_3 = -2 + \sqrt{2}$.

Ответ. $x_1 = 1$, $x_2 = -2 - \sqrt{2}$, $x_3 = -2 + \sqrt{2}$.

3. Өчпочмак яклары арифметик прогрессия хасил итәләр һәм аның иң зур ягы иң кечкенә ягыннан ике тапкыр озынрак. Өчпочмакның почмакларын табыгыз.

Чишү.



Пусть в треугольнике ABC $\angle A \leq \angle B \leq \angle C$ (см. рис.). Тогда по условию

$$\angle B = \frac{1}{2}(\angle A + \angle C) = \frac{1}{3}(\angle A + \angle B + \angle C) = 60^\circ.$$

Проведем медиану CD . По условию $BD=BC$, поэтому треугольник BCD равносторонний. Так как $AD=CD$, а угол CDB (равный 60°) – внешний угол равнобедренного треугольника ACD , то $\angle A = 30^\circ$. Следовательно, углы данного треугольника равны $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$.

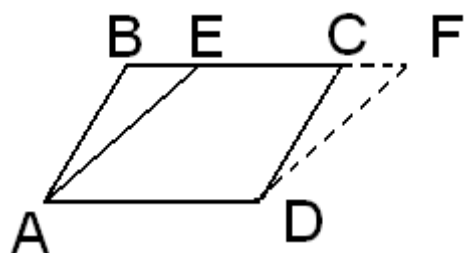
Ответ. $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$

4. Волейбол турнирында берничә команда катнашкан. Әгәр А командасы В командасын җиңгән, яисә А командасы С командасые җиңгән, ә С командасы В командасын җиңгән булса, А командасы В командасыннан көчлерәк санала. Әгәр Т командасы – турнирда җиңүче икән (аның җиңүүләр саны барысыннан да күбрәк) аның барысыннан да көчлерәк икәннен исбатлагыз. Волейболда уртак нәтиҗәләр (ничьялар) булмый.

Чишү. Предположим противное, пусть найдется команда U такая, что T не сильнее U . Это значит, что команда U выиграла у команды T и у всех команд, у которых выиграла T . Но тогда получается, что она выиграла больше матчей, чем команда T , которая является победителем турнира. Получили противоречие. Следовательно, команда T сильнее всех остальных команд.

5. Ромб булып тормаган параллелограммны алардан ромб тезергә мөмкин булган ике өлешкә кисегез.

Чишү



Разрежем параллелограмм $ABCD$ по такой линии AE , что $AE=AD$ (см. рис.). Прикладывая отрезанный треугольник ABE к стороне CD , получим ромб $AEFD$.